

Game Theory Foundational Errors and the Mathematical Foundations of Operations Research¹

CORS practitioners and educators should be aware of methodological errors and strive to correct them. Standard textbooks contain chapters on decision theory and game theory that are based on errors -- for examples see Winston [7, Chapters 13, 14, 15]. Both theories, which are part of the foundations of Operations Research, require major corrections and should not be part of the curriculum until they are corrected.

The assignment of values to objects such as outcomes and coalitions, i.e. the construction of value functions, is a fundamental concept of game theory. *Value* (or utility, or preference) is not a physical property of the objects being valued, that is, *value* is a subjective (or psychological, or personal) property. Therefore, the definition of *value* requires specifying both *what* is being valued and *whose* values are being measured. Yet *whose* values are being measured in the construction of game theory concepts such as the characteristic function of a game is not specified in the literature. Other shortcomings of game theory (e.g. undefined sums) and its utility underpinning (e.g. an intrinsic contradiction) which render these theories unsuitable to serve as mathematical foundations for any disciplines are listed in [1, 3, 5, 6].

To the question “whose values?” another should be added: Is there a proof of the applicability of the operations of addition and multiplication on scale values for a fixed utility scale (or any other scale) in the literature?

The construction of the mathematical foundations of any scientific discipline requires the identification of the conditions that must be satisfied in order to enable the application of the mathematical operations of linear algebra and calculus. Because these conditions have not been correctly identified in the literature, the

¹ In the July 2007 issue of the Bulletin (Volume 41, Number 3), the article “A Game Theory Pitfall – “The Value of a Game” was published. This is the second part of this important topic.

Les erreurs fondamentales de la théorie des jeux et les fondements mathématiques de la recherche opérationnelle¹

Les membres de la SCRO, tant les praticiens que les enseignants, devraient être au fait des erreurs méthodologiques et s'employer à les corriger. Les manuels standard renferment certains chapitres sur la théorie de la décision et sur la théorie des jeux fondés sur des erreurs – voir Winston [7, chapitres 13, 14, 15]. Les deux théories, qui s'inscrivent dans les fondements mêmes de la recherche opérationnelle, devraient être l'objet de corrections majeures et ne devraient pas faire partie du programme d'études tant qu'elles ne sont pas rectifiées.

L'attribution de valeurs à des objets comme les résultats et les coalitions, c'est-à-dire la construction de fonctions de valeur, est le concept fondamental de la théorie des jeux. La *valeur* (ou utilité, ou préférence) n'est pas une propriété physique des objets auxquels une valeur est attribuée, c'est-à-dire que la *valeur* est une propriété subjective (ou psychologique, ou personnelle). Par conséquent, lorsqu'on définit la *valeur*, il faut préciser à la fois *ce* qu'on évalue et à *quoi* sont associées les valeurs mesurées. Or, dans la littérature, on ne précise pas à *quoi* sont associées les valeurs mesurées dans la construction de concepts de la théorie des jeux tels que la fonction caractéristique d'un jeu. D'autres lacunes de la théorie des jeux (p. ex. les sommes indéfinies) et de ses bases utilitaires (p. ex. une contradiction intrinsèque), qui rendent ces concepts inaptes à servir de fondements mathématiques à toute discipline, sont indiquées dans [1, 3, 5, 6].

À la question « à quoi sont associées ces valeurs? » s'en ajoute une autre : Existe-t-il une preuve de l'applicabilité des opérations d'addition et de multiplication sur les valeurs d'échelle pour une échelle d'utilité fixe (ou pour toute autre échelle) dans la littérature scientifique?

La construction des fondements mathématiques

¹ L'article « La valeur du jeu, un piège de la théorie des jeux » a paru dans le numéro de juillet 2007 du Bulletin (volume 41, numéro 3). Voici la seconde partie du texte consacré à cet important sujet.

fundamental problem of applicability of mathematical operations to scale values has not been solved and these operations are applied in error in game theory, economic theory, psychology, and other social sciences. In particular, addition and multiplication are not applicable to any scale values in decision theory. For details see [1—6].

References

- [1] J. Barzilai, "Game Theory Foundational Errors — Part I," Technical Report, Dept. of Industrial Engineering, Dalhousie University, www.scientificmetrics.com, pp. 1—2, 2007.
- [2] J. Barzilai, "Avoiding MCDA Evaluation Pitfalls," Presented April 2007, NATO Advanced Research Workshop, Lisbon, www.scientificmetrics.com, 2007.
- [3] J. Barzilai, "A Game Theory Pitfall — "The Value of a Game"," *CORS-SCRO Bulletin*, Vol. 41 No. 3, p. 44, July 2007.
- [4] J. Barzilai, "Pairwise Comparisons," in N.J. Salkind (Ed.), *Encyclopedia of Measurement and Statistics*, Sage Publications (Thousand Oaks, CA), Vol. II, pp. 726—727, 2007.
- [5] J. Barzilai, "On the Mathematical Modelling of Measurement," www.scientificmetrics.com, pp. 1—4, 2006.
- [6] J. Barzilai, "Preference Modeling in Engineering Design," in *Decision Making in Engineering Design*, K.E. Lewis, W. Chen and L.C. Schmidt (Eds.), ASME Press, pp. 43—47, 2006.
- [7] W.L. Winston, *Operations Research*, 3rd Edition, Duxbury, 1994.

Jonathan Barzilai
Dalhousie University
Halifax, Nova Scotia
Barzilai@dal.ca

de toute discipline scientifique repose sur l'identification des conditions à satisfaire pour permettre l'application des opérations mathématiques d'algèbre linéaire et de calcul. Comme ces conditions n'ont pas été correctement établies dans la littérature, le problème fondamental de l'applicabilité des opérations mathématiques aux valeurs d'échelles n'a pas été résolu et ces opérations sont appliquées par erreur dans la théorie des jeux, la théorie économique, en psychologie et dans d'autres sciences sociales. Plus particulièrement, l'addition et la multiplication ne sont pas applicables à quelque valeur d'échelle que ce soit dans la théorie de la décision. Pour plus de détails, voir [1-6].

Références

- [1] J. Barzilai, "Game Theory Foundational Errors — Part I," Technical Report, Dept. of Industrial Engineering, Dalhousie University, www.scientificmetrics.com, pp. 1-2, 2007.
- [2] J. Barzilai, « Avoiding MCDA Evaluation Pitfalls », présenté en avril 2007, NATO Advanced Research Workshop, Lisbonne, www.scientificmetrics.com, 2007.
- [3] J. Barzilai, « La valeur du jeu, un piège de la théorie des jeux » », *Bulletin de la SCRO*, vol. 41 n° 3, p. 44, juillet 2007.
- [4] J. Barzilai, « Pairwise Comparisons », dans N.J. Salkind (sous la dir. de.), *Encyclopedia of Measurement and Statistics*, Sage Publications, Thousand Oaks, Californie, vol. II, p. 726-727, 2007.
- [5] J. Barzilai, « On the Mathematical Modelling of Measurement », www.scientificmetrics.com, p. 1-4, 2006.
- [6] J. Barzilai, « Preference Modeling in Engineering Design », dans *Decision Making in Engineering Design*, K.E. Lewis, W. Chen et L.C. Schmidt (sous la dir. de.), ASME Press, p. 43-47, 2006.
- [7] W.L. Winston, *Operations Research*, 3^e édition, Duxbury, 1994.

Jonathan Barzilai
Université Dalhousie
Halifax, Nouvelle-Écosse
Barzilai@dal.ca